令和 7 年度大学院入学試験問題出題意図

共通 1：
正方行列全体のなすベクトル空間の与えられた部分集合が部分ベクトル空間になっていることを証明し，その次元を求める線形代数の問題です．与えられた条件を利用して対角行列についての問題に帰着し次元を決定する論理的な思考ができるかが問われています．

共通 2：
具体的に与えられた閉区間の部分集合族についての位相空間論の問題です．連続写像やハウスドルフ性などの位相空間に関する基本的な概念が正しく理解できているかが問われています．

共通 3：
級数と数列の収束・発散を示す標準的な問題です．設問 (1)，(2) ともに与えられた数列の単調性を利用して，級数と数列の収束・発散に関する判定法を正確に適用できるか問われています．

共通 4：
1 変数関数の微分可能性に関連した標準的な問題です．問題の設定において，関数の連続性や上限などの基本的事項をもとに関数の微分可能性を説明できるかどうかが問われています．

選択 1：
対称群と交代群についての群論の問題です．群準同型や正規部分群などの代数学における基本的な定義の正確な理解と 4 次の交代群のすべての正規部分群を決定する論理的な議論を遂行する能力が問われています．

選択 2：
具体的に与えられた可換環と環準同型写像，およびイデアルに関する問題です．準同型定理が適切に利用できるかどうか，また，環の準同型定理を通して与えられたイデアルの性質を論じられるかどうかが問われています．

選択 3：
空間のホモロジー群を求める代数トポロジーの問題です．ホモロジー群の定義やマイヤー・ビートリス完全系列などの道具を使って計算を正しく実行できるかが問われています．

選択 4：
具体的に与えられたユークリッド空間の部分空間が滑らかな部分多様体であるかどうかを決定する多様体論の問題です．部分多様体についての基本的な定理の正確な理解とヤコビ行列の階数を決定する論理的な思考力が問われています．

選択 5：
ルベーグ測度が 0 に収束するような可測集合列が与えられたとき，その上における可積分関数のルベーグ積分が 0 に収束することを示す問題です．設問 (1) では，測度が 0 に収束することと定義関数が 0 に収束することは必ずしも同値ではないことを理解できているか問われています．設問 (2)，(3) では与えられた条件とルベーグ積分論の基本的な極限定理をうまく組み合わせて積分の極限を求めることができるか問われています．

選択 6：
(1)，(2) は弱収束に関する基礎的な問題です．(3) はバナッハ空間の一様凸性に関連する問題であり，記載された条件を正しく理解し，それに基づいて証明を構成する能力が求められています．

選択 7：
正則関数のなすベクトル空間の具体的に与えられた 3 つの部分空間が有限次元かどうか，また有限次元の場合に次元を決定する複素関数論の問題です．正則関数のべき級数展開や正則関数の持つ一般的な性質を適切に用いることができるか問われています．

選択 8：
集合，位相と測度の基礎的な知識を確認する問題です．実数全体の集合の可算開基，超限帰納法，カントール集合，および，ルベーグ測度の完備性を用いて論理を展開する能力が問われています．

英語 1：
著名な数学者である Michael Atiyah のインタビューの英文の一部を日本語に訳す問題です．英文の流れを理解し，書かれている情報を正確かつ的確に把握する能力が問われています．

英語 2：
微分積分学についての日本語の文章を英訳する問題です．英訳に必要な構文の知識や英語の的確な表現力が問われています．