

第一回 仙台保型形式小集会 2022

代表：山内 卓也 (東北大学)

日程：2022年1月21日(金) 午後 - 22日(土) 午後

場所：東北大学 数学棟 209 講義室 対面と Zoom によるハイブリッド開催

プログラム

1月21(金)

14:00 - 15:00 **山内 卓也** (東北大学)

タイトル: 正則対称領域上の正則保型形式の成す次数付き環の有限性について

アブストラクト: 一般の正則対称領域上の正則保型形式であって重さの”方向”が指定されたもの全体を考えるとこれは, スカラー重さの成す保型形式全体のなす次数付き環 R 上の次数付き加群 M を与える. この次数付き加群 M の R 上の有限生成性および R 自身の有限生成性は射影多様体上の接続層のコホモロジーの一般論から直ちに従う古典的結果である (Cartan seminar の Serre の文献等参照). この結果の整係数版も同様に射影スキームの接続層のコホモロジーの一般論から従うことを概説する. 証明には志村多様体の整モデルに関する Lan の結果を援用する.

15:15 - 16:15 **前田 洋太** (ソニーグループ株式会社)

タイトル: Big line bundles on ball quotients

アブストラクト: モジュラー多様体はその定義データが適切な意味で「大きい」ときに一般型になるということが知られている. シンプレクティック群の場合は Tai, Freitag, Mumford らによって, 直交群の場合は Grithsenko-Hulek-Sankaran 及び馬らによって次元や $K3$ 曲面の偏極が十分大きい時に一般型になるということが示された. 今回はユニタリ群の場合にモジュラー多様体上にある, 分岐因子上で零点をもつ保型線束が, 虚二次体の判別式やモジュラー多様体の次元が大きい時に big になることを示し, その系としてユニタリ型モジュラー多様体が一般型になることを示す.

1月22(土)

10:00 – 11:00 庄司 幸弘 (東北大学)

タイトル: 正則楕円保型形式の成す次数付き環の構造について

アブストラクト: 正則楕円保型形式はモジュラー群の作用に対しある種の不変性を持つ、複素上半平面上の正則関数である。各 $SL_2(\mathbb{Z})$ の有限指数部分群 Γ に関する正則楕円保型形式の全体は次数付き環の構造を持つ。この次数付き環の生成系を、長谷川雄之氏は Γ が $\Gamma_0(N)$ の場合にリーマンロッホを用いた初等的手法で与えた。この結果を任意の $SL_2(\mathbb{Z})$ の有限指数部分群 Γ に対して精密化することができたので、本講演ではこの内容を紹介する。

11:15 – 12:15 青木 宏樹 (東京理科大学)

タイトル: ヤコビ形式の消滅次数について

アブストラクト: 保型形式のフーリエ展開において、(雑な言い方ではあるが) 先頭からどの程度の係数が消えていけば、その保型形式が0になるか、という問題は興味深い。本講演では、ヤコビ形式におけるこの問題について考察し、2次のジエゲル保型形式のなす次数付き環の構造決定問題への応用を述べる。

14:00 – 15:00 村上 友哉 (東北大学)

タイトル: 非 Seifert 多様体から定まる量子モジュラー形式

アブストラクト: 3次元実多様体の重要な不変量として Witten-Reshetikhin-Turaev (WRT) 不変量がある。それを圏化する候補として Gukov-Pei-Putrov-Vafa はホモロジカルブロックという q 級数不変量を構成し、 q の1の冪根への極限が WRT 不変量となることを物理学の立場から述べた。彼らの等式の数学的な証明はこれまで Seifert 多様体の場合のみで知られていたが、本講演では非 Seifert 多様体に対して証明を与える。Bringmann-Mahlburg-Milas によって本研究で考察した多様体のホモロジカルブロックはフォルステータ関数としての表示を持ち量子モジュラー形式をなすことが示されているため、本研究からの帰結として WRT 不変量が深さ2の量子モジュラー形式をなすという事実が得られる。本研究は森祥仁氏 (東北大学) との共同研究 (<https://arxiv.org/abs/2110.10958>) である。

15:15 – 16:15 馬 昭平 (東京工業大学)

タイトル: ボーチャーズ積の代数

アブストラクト: 古来より数学者はいろいろな対象に積構造を導入してきた。ここではボーチャーズ積に関連したある種のベクトル値モジュラー形式たち (ウェイト一定) のなす無限次元ベクトル空間に積構造を定義する。これによって非可換代数が得られる。いわゆるくりこみ制限によってこの積構造は関手的である。

16:30 – 17:30 兒玉 浩尚 (常葉大学)

タイトル: \mathbb{Z} 上の $\det_k \text{Sym}_2$ 型ベクトル値 Siegel モジュラー形式について

アブストラクト: p を 5 以上の素数とする。type $(k, 2)$ ($\det_k \text{Sym}_2$) のベクトル値 Siegel モジュラー形式において \mathbb{Z} の p における局所環 $\mathbb{Z}_{(p)} = \mathbb{Z}_p \cap \mathbb{Q}$ 上での次数付き加群の生成元について紹介する。また、 \mathbb{Z} 上でのモジュラー形式の例について紹介する。